

POLİNOM

Polinomlarla İlgili Temel Kavramlar:

$a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n \in \mathbb{R}$ ve $n \in \mathbb{N}$ olmak üzere, $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ şeklindeki ifadeler x değişkenine bağlı, reel katsayılı n 'inci dereceden bir polinom denir.

1. $a_n x^n, a_{n-1} x^{n-1}, \dots, a_k x^k, \dots, a_1 x, a_0$ ifadelerinin her birine $P(x)$ polinomunun terimleri denir.
2. $a_n, a_{n-1}, \dots, a_k, \dots, a_1, a_0$ reel sayılarına, polinomun terimlerinin katsayıları denir.
3. $P(x)$ polinomunda $a_n x^n$ terimindeki en büyük n sayısına polinomun derecesi denir ve $[P(x)] = n$ şeklinde gösterilir.
4. Derecesi en büyük olan $a_n x^n$ terimindeki a_n reel sayısına polinomun katsayısı, a_0 sabitine ise polinomun sabit terimi denir.
5. $P(x)$ polinomu, terimlerin azalan derecelerine göre,

$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ şeklinde veya $P(x)$ polinomu terimlerin artan derecelerine göre,

$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$ biçiminde sıralanır.

1. Katsayıları reel sayılardan oluşan polinoma “Reel Katsayılı Polinom” denir ve reel katsayılı polinomlar kümesi $\mathbb{R}[x]$ ile gösterilir.

Örnek:

$P(x) = 2x^{5-3/n} + x^{n-2} + 4$ ifadesinin bir polinom olması için $n \in \mathbb{N}$ kaç olmalıdır?

Çözüm:

$5-3/n$ ifadesinin bir doğal sayı olması gerekir bunun için n yerine verilecek sayının 3 'ün bölenleri olmalıdır.

3 'ün bölenleri ise $n = 1, n = 3, n = -1, n = -3$ Ayrıca $n-2 \geq 0$ den $n \geq 2$ olması gerekir. O halde bu iki şartı da gerçekleyen $n = 3$ sayısıdır. Buna göre, $P(x)$ polinomu

$$P(x) = 2x^{5-3/3} + x^{3-2} + 4$$

$$P(x) = 2x^4 + x + 4 \text{ d\u00fcr.}$$

ÇOK DEĞİŞKENLİ POLİNOM

$P(x, y) = x^3y^2 - 2x^4y^3 + xy + x - y + 1$ şeklindeki polinomlara x ve y değişkenlerine bağlı reel katsayılı bir polinom denir.

Bu polinomların derecesi x ve y 'nin dereceler toplamının en büyüğüdür.

$\text{der } P(x, y) = \text{der } P(x) + \text{der } P(y)$ dir.

Yukarıdaki iki değişkenli polinomun derecesi ikinci terimdeki x ve y 'nin dereceler toplamıdır.

$\text{Der } P(x, y) = 4 + 3 = 7$ dir.

Örnek

$P(x, y) = 2x^2y^4 - 3x^3y^5 + x^2y^3 - y^5 + 1$ polinomunun derecesi kaçtır?

Çözüm:

$2x^2y^4$ teriminin derecesi $2 + 4 = 6$

$-3x^3y^5$ teriminin derecesi $3 + 5 = 8$

x^2y^3 teriminin derecesi $2 + 3 = 5$

$-y^5$ teriminin derecesi 5

Yukarıda belirtilen en büyük dereceli terimin derecesi $P(x, y)$ polinomunun derecesidir. O halde, $\text{der } P(x, y) = 8$ dir.

Örnek

$P(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 2$ ise

$$P(2) = ?, P(0) = ?, P(1) = ?$$

Çözüm:

$$P(2) = 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2 - 2$$

$$= 8 - 12 + 8 - 2 = 2 \text{ bulunur.}$$

$$P(0) = 0^3 - 3 \cdot 0^2 + 4 \cdot 0 - 2 = -2 \text{ bulunur.}$$

$$P(1) = 1^3 - 3 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 - 2$$

$$= 1 - 3 + 4 - 2 = 0 \text{ bulunur. (Devamı ektedir.)}$$